Übungen zu Mathematik I

Blatt 12

Aufgabe 1: Bestimmen Sie Stammfunktionen zu den folgenden Funktionen:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$

b) $f(t) = \cos(\omega t)$

c) $f(y) = e^{-y}$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie eine Stammfunktion mit Hilfe der partiellen Integration:

$$\int x^2 \cdot (1 - \ln(x))\, dx\,.$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie eine Stammfunktion, indem Sie $z = 1 - e^x$ substituieren:

$$\int \frac{e^x}{1 - e^x}\, dx\,.$$

Aufgabe 4: Berechnen Sie die folgenden Integrale, indem Sie eine geeignete Integrationsregel anwenden:

a) $\int 2x^3 - 5x + 3\, dx$

b) $\int x \cdot \sqrt{x^2 + 2}\, dx$

c) $\int \sin(x) \cdot \cos(x)\, dx$

Aufgabe 5: Die Geschwindigkeit einer startenden Rakete ändere sich quadratisch mit der Zeit nach der folgenden Formel:

$$v(t) = \frac{t^2}{3}\,.$$

Die Startgeschwindigkeit zum Zeitpunkt null ist $v_0 = 0$. Die Zeitangaben sind in s und die Geschwindigkeit wird in m/s gemessen. Welche Strecke hat die Rakete nach $10\,s$, welche nach einer Minute zurückgelegt?