Übungen zu Laplace und Interpolation
SoSe 2022
Woche 15

Aufgabe 1: Bestimmen sie den Funktionswert $f(1.7)$ indem sie zwischen den beiden Funktionswerten $f(1) = 2$ und $f(3) = 5$ linear interpolieren.

Lösung: Die Formel lautet

$$f(x) \approx f_0 + \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)\,.$$

Werte einsetzen liefert:

$$f(1.7)2 + \frac{5-2}{3-1}(1.3 - 1) = 2.45\,.$$

Aufgabe 2: Trasformieren Sie die folgende Differetialgleichung in den Laplace Raum. Gehen Sie von verschwindenden Anfangswerten aus:

$$y'''(t) - 2y'(t) = y(t) + u(t)\,.$$

Lösung: Wir erhalten:

$$s^3 \cdot Y(s) - 2s \cdot Y(s) - Y(s) = U(s)\,.$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der folgenden Differentialgleichung mit Anfangswert $y(0) = 0$:

$$2y'(t) + y(t) = u(t)$$

Ist das System stabil? Untersuchen Sie hierzu die Polstellen der ÜBertragungsfunktion!

Lösung: Wir transformieren zunächst in den Laplace Raum:

$$2s \cdot Y(s) + Y(s) = U(s)\,.$$

Auflösen nach $Y(s)$ ergibt:

$$(2s+1) \cdot Y(s) = U(s) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{2s+1}U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{2s+1}$$

Die einzige Polstelle liegt bei $s = -0.5$. Sie liegt im linken Teil der komplexen Ebene, d.h. das System ist stabil!