Übungen zu Mathematik I

Blatt 10

Aufgabe 1: Bestimmen Sie den Wendepunkt zu den gemessenen Daten, die in Tabelle 1 gegeben sind. Die Messdaten beschreiben die folgende Funktion:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{4-4x}} \,.$$

Berechnen Sie den Wendepunkt analytisch und vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Die erste Ableitung lautet:

$$f'(x) = \frac{4e^{4-4x}}{(1 + e^{4-4x})^2} \,.$$

Aufgabe 2: Der Dachboden eines Einfamilienhauses soll ausgebaut werden. Sein Querschnitt ist ein gleichschenkliges Dreieck (siehe Abb. 3 (links)). Wie müssen Breite x und Höhe h des Zimmers gewählt werden, wenn der vorhandene Raum bei rechteckigem Zimmerquerschnitt maximal ausgenutzt werden soll?

Hinweis: Strahlensatz!

Aufgabe 3: Aus einer rechteckigen Glasplatte mit den Seiten $a = 4$ dm und $b = 5$ dm ist das in der Abbildung punktiert unterlegte Stück herausgebrochen. Sein Rand wird durch den Graphen $f(x) = x^2 + 2$ mit $x \in [0\,;\, \sqrt{3}]$ beschrieben. Aus dem Reststück soll eine rechteckige Platte herausgeschnitten werden, und zwar so, dass diese maximalen Inhalt hat.

Wie sind die Seiten u und v der Platte zu wählen?

Aufgabe 4: Bestimmen Sie die folgenden partiellen Ableitungen:

a) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 - x_2^4 + x_1 x_2 x_3$

b) $f(\varphi, \vartheta) = \sin(\varphi) \cdot \cos(\omega\vartheta)$

c) $f(x_1, x_2) = x_1 x_2 e^{x_1^2 + x_2^2}$

Aufgabe 5: Wir betrachten die jährliche Verzinsung eines Anfangskapitals K_0 mit einem Zinssatz p. Nach n Jahren ergibt sich das Kapital K:

$$K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Wir betrachten das Kapital K in Abhängigkeit vom Zinssatz p und den Jahren n: $K = K(n, p)$.

Verwenden Sie die partiellen Ableitungen, um zu analysieren, wie sich K in Abhängigkeit von p und n verändert.

Hinweis: Formen Sie zum Ableiten die Klammer wie folgt um: $\left(1+\frac{p}{100}\right)^n = e^{n\cdot\ln(1+p/100)}$.

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
f(x)	0,018	0,039	0,083	0,168	0,310	0,500	0,690	0,832	0,917	0,961	0,982

Abbildung 1: Messwerte zu Aufgabe 1

Abbildung 2: Dachboden mit Zimmer (links) und Querschnitt (rechts)

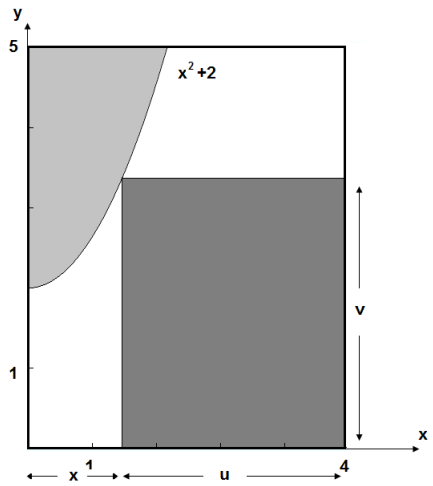


Abbildung 3: Glasscheibe mit fehlendem Stück (Aufg. 3)