Übungen zu Mathematik I
Blatt 7

Aufgabe 1: Bestimmen Sie aus den folgenden Angaben jeweils die zugehörige Geradengleichung in der angegebenen Form:

a) aus der Skizze in Abb. 1 in analytischer Form ($y = mx + b$).

b) durch die Punkte $A = (1, 2)$ und $B = (2, 3)$ in analytischer Form.

c) durch die Punkte $P = (0, 1, 2)$ und $Q = (0, 2, 1)$ in Parameterform. Liegen die Punkte $A = (0, 3, 1)$ und $B = (0, 0, 3)$ auf dieser Geraden?

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Polynome:

a) $x^3 - 2x = 0$

b) $x^3 - x^2 - 14x - 6 = 0$

Aufgabe 3: In einem Gleichstromkreis wird der Widerstand um $30\,\Omega$ vergrößert, wobei die Stromstärke bei gleichbleibender Spannung von $220\,\mathrm{V}$ um $1.65\,\mathrm{A}$ absinkt. Wie groß sind Widerstand und Stromstärke?

Aufgabe 4: Ein Werkstück mit spezifischer Wärmekapazität c, Masse m und Oberfläche A wird in einen Ofen der Temperatur $220°$ gestellt. Die Aufwärmkurve wird durch eine Exponentialfunktion beschrieben:

$$T(t) = 220° - (220° - T_0) \cdot e^{-t/\tau}\,,$$

wobei T_0 die Anfangstemperatur des Werkstückes zur Zeit $t = 0$ beschreibt und die Zeitkonstante τ wie folgt definiert ist:

$$\tau = \frac{mc}{\alpha A}\,.$$

Hierbei gibt α den Wärmeübergang an (Wärmeübergangskoeffizient).

a) Die Zeitkonstante ist ein Maß dafür, wie schnell der Aufwärmvorgang stattfindet. Sie hängt von den gegebenen Parametern ab. Nehmen wir an, dass wir den Wärmeübergangskoeffizient beeinflussen können. Wie müssen wir dann α verändern (größer oder kleiner machen), um den Prozess zu beschleunigen?

b) Bestimmen Sie die Zeit t_1, bei der das Werkstück die Temperatur $T_1 > T_0$ annimmt.

c) In der Lösung zu Teilaufgabe b) tritt ein Minuszeichen auf. Warum ist die Zeit t_1 trotzdem positiv?

Aufgabe 5: Wir betrachten das Skalarfeld

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

a) Bestimmen Sie die Höhenlinien. Welche Form haben diese?

b) Leiten Sie das Skalarfeld bzgl. x und y ab.

c) Skizzieren Sie die Höhenlinien. Wir bilden aus den beiden Ableitungen aus Teil b) einen Vektor, wobei die Ableitung nach x die x-Komponente bildet und die Ableitung nach y die y-Komponente. Fügen Sie das so entstandene Vektorfeld zu ihrer Skizze hinzu. Was stellen sie fest? Wie sehen die Feldlinien zu diesem Vektorfeld aus?

Hinweis: Sie finden weitere Übungsaufgaben zum Themenbereich "Funktionstypen" im ILIAS Lernmodul unter den Videos!

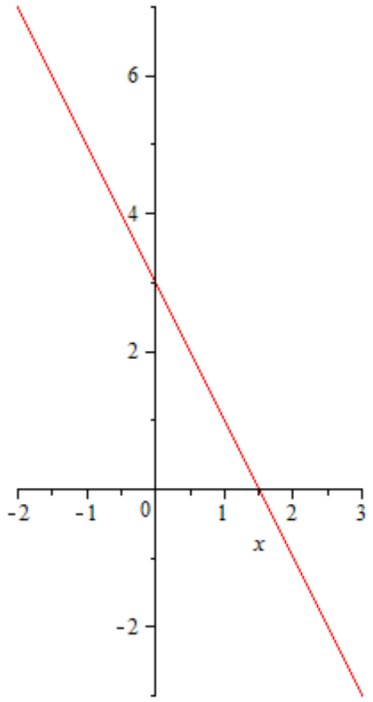


Abbildung 1: Gerade zu Aufabe 1 a)