Übungen zu Mathematik I
Blatt 8

Aufgabe 1: Bestimmen Sie bei den folgenden gebrochenrationalen Funktionen die Polstellen und das asymptotische Verhalten für $x \to \pm\infty$:

a) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 2x - 1}{x^2 - 2}$

b) $f(x) = \dfrac{1 - x}{x^2 + x - 2}$

Aufgabe 2: Wir interessieren uns für das Monotonieverhalten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}\,.$$

Untersuchen Sie, ob die Funktion monoton steigend oder fallend ist. Liegt eine lokale oder globale Eigenschaft vor?

Aufgabe 3: Wir haben die Messwerte, die in Tabelle 1 gezeigt werden, gemessen. Welches Steigungsverhalten liegt vor, linear, quadratisch oder exponentiell? Beachten Sie, dass es sich ggf. um fehlerbehaftete Messwerte handelt. Sie können zur Beantwortung der Frage den Taschenrechner benutzen.

Aufgabe 4: Auf ein Teilchen mit der Ladung q und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ übt das Magnetfeld $\vec{B}$ die Lorentz-Kraft aus:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})\,.$$

Von welchen der folgenden Größen hängt die Kraft linear ab?

i) Der Ladung q.

ii) Der Geschwindigkeit $\vec{v}$.

iii) Dem Magnetfeld $\vec{B}$.

x	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1
y	-1	-0,535	-0,01	0,465	0,995	1,52	2,01	2,495	3,045

Abbildung 1: Messdaten zu Aufgabe 3

Aufgabe 5: Bei welchen der folgenden Abbildungen handelt es sich um lineare bzw. affin lineare Abbildungen. Bestätigen Sie Ihre Vermutung, indem Sie die zugehörige Matrix aufstellen bzw. die zugehörige Matrix und den Verschiebungsvektor angeben.

i) $\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_3 - 1 \\ x_2 - x_3 + 1 \end{pmatrix}$

ii) $\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 + x_3 \\ x_3^2 \end{pmatrix}$

iii) $\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 3x_1 + 2x_2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix}$

Freiwillige Zusatzaufgabe: Ein Schullandheim schafft für 3000 Euro Fahrräder an. Es sollen mindestens 3 Kinderräder für je 100 Euro und mindestens 6 Jugendräder für je 250 Euro angeschafft werden. Wegen der Altersverteilung der Gäste soll die Zahl der Jugendräder größer als die Anzahl der Kinderräder sein. Wie viele Räder können maximal angeschafft werden?