Probeklausur zu
Mathematik I
WS 2026/2027

Prof. Dr. M.Pieper

Datum: Mo, 12.10.2026
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Vorname: Nachname:

Note: Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
max. Punkte	10	10	10	10	40
Punkte					

Hinweise:

- Bitte nutzen Sie Vorder- und Rückseite zum Bearbeiten der Aufgaben und schreiben Sie Ihre Lösungen bitte immer direkt zu den entsprechenden Aufgaben.
- Bitte lösen Sie *nicht* die Heftklammern.
- Sie dürfen einen normalen, nicht grafikfähigen Taschenrechner verwenden.
- Erlaubt ist ein beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt als Formelsammlung.

Aufgabe 1: (Mathematische Objekte)

a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von $z = \dfrac{i}{i+1}$.

b) Berechnen Sie das Produkt der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

c) Es sei $\vec{e}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ die Standardbasis im $\mathbb{R}^3$. Wir betrachten das folgende System von Vektoren:

$$\{\vec{e}_1\,,\, \vec{e}_1 + \vec{e}_2\,,\, \vec{e}_2 - \vec{e}_3\}\ .$$

Sind die Vektoren linear unabhängig oder linear abhängig? Bilden die Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: (Funktionen und ihre Eigenschaften)

a) Wir betrachten eine Schallquelle (Auto) mit Frequenz f_S. Diese bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v < c$ auf uns zu. Wir nehmen die Frequenz f_B war, für die gilt

$$f_B = \frac{f_S}{1 - \frac{v}{c}}\,,$$

wobei c die Schallgeschwindigkeit bezeichnet. Das Auto bewegt sich auf uns zu. Ist dann die Frequenz f_B größer oder kleiner als f_S? Begründen Sie an Hand der Formel ihre Antwort (Kausalzusammenhang). Was passiert, wenn sich die Schallquelle wegbewegt? Wie kann dieser Effekt mit der Formel erklärt werden?

b) Es wurden die Messwerte in Abb. 1 aufgenommen. Liegen Extrema vor? Handelt es sich um Maxima oder Minima? Begründen Sie ihre Ergebnisse an Hand der Messwerte, indem Sie z.B. die Tabelle entsprechend erweitern und mit diesen Werten argumentieren.

c) In welchem Bereich steigt bzw. fällt die Funktion

$$f(x) = x^2 - 4x + 1\,?$$

Wenden Sie Ihre Kenntnisse aus der Differentialrechnung an!

x	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1	1,1
f(x)	0,47	0,38	0,25	0,21	0,2	0,23	0,34	0,43	0,66

Abbildung 1: Messwerte zu Aufgabe 2 b)

Aufgabe 3: (Differentialrechnung)

a) Bestimmen Sie die Richtungsableitung zum Skalarfeld

$$f(x, y) = xy^2 - yx^3$$

im Punkt $P = (-1, 1)$ in Richtung $\vec{v} = (1\,,\,-1)^T$.

b) Bestimmen Sie alle Extrema des Skalarfeldes:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - y$$

Geben Sie auch an, ob es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

Aufgabe 4: (Integralrechnung)

a) Bestimmen Sie die Fläche unter der Kurve $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot x$ im Intervall $[-1, 1]$.

b) Berechnen Sie das folgende Doppelintegral:

$$\int_1^2 \int_0^1 x^2 \cdot y - y^3 \, dx \, dy \,.$$

Viel Erfolg!